

УДК 621. 771. 01

Сатонин А. В.
Настоящая С. С.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ
РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ГОРЯЧЕЙ ПРОКАТКИ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОНКИХ
ЛЕНТ И ПОЛОС НА ОСНОВЕ СИЛОВОГО ПОДХОДА***

Дальнейшее совершенствование технологий и оборудования прокатного производства и повышение качества готовой металлопродукции неразрывно связано с развитием соответствующих методов их расчета, осуществляемым на основе уточнения граничных условий и использования достаточно строгого математического аппарата.

В настоящее время существует множество методик расчета напряженно-деформированного состояния металла применительно к процессам горячей прокатки относительно тонких листов и полос, представленные в работах [1–3] и ряде других. В то же время использование в данных работах инженерного варианта условия пластичности и аналитического описания внешнего контактного трения в виде закона Амонтона-Кулона делает целесообразным их использование преимущественно к процессам холодной прокатки, в то время как условия реализации процессов горячей прокатки требует максимально полного учета влияния касательных компонент девиатора напряжений.

Целью работы является разработка математических моделей на основе силового подхода, максимально полно учитывающих факторы, влияющие на напряженно-деформированное состояние металла относительно тонких лент и полос при их прокатке на широкополосных станах.

Одним из таких подходов, является разбиение по оси X всей протяженности зоны пластического формоизменения L_{nl} (см. рис. 1, а) на конечное множество i -ых элементарных объемов (рис. 1, б, в) и в последующем численном рекуррентном решении конечно-разностной формы условия статического равновесия выделенного элементарного объема зоны пластического формоизменения металла [1], дополненное учетом инерционной составляющей. Согласно рис. 1, а, интегральный очаг деформации включает в себя зону пластического формоизменения протяженностью L_{nl} и зону упругого восстановления в сечениях на выходе металла из рабочих валков протяженностью L_{yn} . Исходя из учета возможности моделирования процесса асимметричной прокатки, условия реализации которого предполагает различие между кинематическими и геометрическими параметрами рабочих валков зона пластического формоизменения подразделяется на зону отставания L_{om1} и зону опережения L_{on1} для ведущего, а также зону отставания L_{om2} и зону опережения L_{on2} для ведомого рабочих валков. Границы всех указанных зон были приняты параллельными плоскости, проходящей через оси вращения рабочих валков.

Считая, по аналогии с методиками работ [2–4], геометрические параметры выделенного объема очага деформации известными, рассмотрим конечно-разностную форму условия статико-динамического равновесия каждого элементарного объема (см. рис. 1, в):

$$\begin{aligned} & \sigma_{xi2}h_{xi2} - \sigma_{xi1}h_{xi1} \pm \frac{\tau_{x1i1} + \tau_{x1i2}}{2} \cdot \frac{\cos \varphi_{1i2}}{\cos \varphi_{1i1}} \Delta x \pm \frac{\tau_{x2i1} + \tau_{x2i2}}{2} \cdot \frac{\cos \varphi_{2i2}}{\cos \varphi_{2i1}} \Delta x + \\ & + \frac{P_{xi1} + P_{xi2}}{2} \cdot \frac{\sin \varphi_{1i1}}{\cos \varphi_{1i1}} \Delta x + \frac{P_{xi1} + P_{xi2}}{2} \cdot \frac{\sin \varphi_{2i2}}{\cos \varphi_{2i2}} \Delta x + \frac{h_{xi1} + h_{xi2}}{2} \Delta x \cdot a_{xi} \cdot \rho_M = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где положительные значения нормальных осевых напряжений σ_{xi} соответствуют напряжениям сжатия; τ_{x1i1} , τ_{x1i2} , τ_{x2i1} , τ_{x2i2} – касательные контактные напряжения, первый цифровой индекс (1) здесь и далее соответствует о принадлежности данной компоненты 1-ому валку, цифровой индекс (2) – 2-ому рабочему валку (см. рис. 1, а); второй цифровой

индекс (1) здесь и далее, свидетельствует о принадлежности данной компоненты начальному cd , а цифровой индекс (2) – конечному ae граничным сечениям выделенного i -го элементарного объема очага деформации (см. рис. 1, в); h_{xi1}, h_{xi2} – толщины металла в каждом сечении (см. рис. 1, б); $\varphi_{1i1}, \varphi_{1i2}, \varphi_{2i1}, \varphi_{2i2}$ – угловые координаты каждого сечения (см. рис. 1, в); p_{xi1}, p_{xi2} – нормальные контактные напряжения действующие на элементарный объем (см. рис. 1, в); Δx – шаг разбиения зоны пластического формоизменения; ρ_M – плотность материала прокатываемой ленты; a_{xi} – ускорение металла, имеющее место при его пластической деформации в рамках данного выделенного элементарного объема.

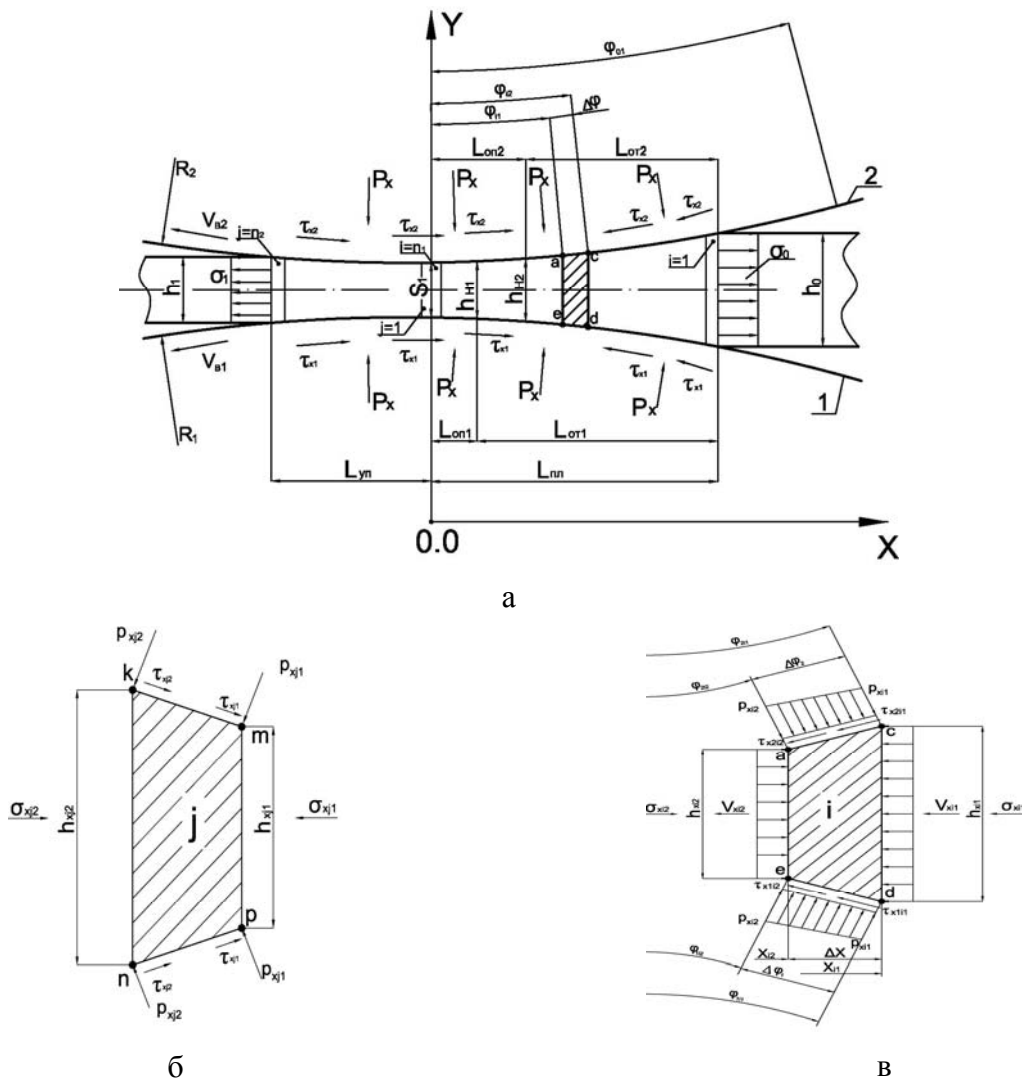


Рис. 1. Расчетная схема интегрального очага деформации процесса горячей прокатки (а); выделенного элементарного объема зоны упругого восстановления (б); выделенного элементарного объема зоны пластического формоизменения (в)

Следуя логике гипотезы плоских сечений, величина ускорения a_{xi} в ее конечно-разностном виде может быть определена как:

$$a_{xi} = (V_{xi2} - V_{xi1}) / t_{xi}, \tag{2}$$

где $V_{xi1} = V_1 h_1 / h_{xi1}$, $V_{xi2} = V_1 h_1 / h_{xi2}$ – скорости перемещения металла в выделенном i -ом элементарного объеме (см. рис. 1, б); $t_{xi} = 2\Delta x_i / (V_{xi2} + V_{xi1})$ – время прохождения металлом данного элементарного объема; V_1 – скорость перемещения проката на выходе из очага деформации.

Исходя из того, что аналитические описания касательных контактных напряжений подчиняются более приемлемому с точки зрения условия горячего деформирования закону пластического трения $\tau_x = 2K_x\mu_x$ [5], при этом текущие значения коэффициентов трения μ_x , могут быть определены имеющими достаточно большое количество степеней свободы зависимостями вида:

$$\mu_{x1(2)} = \mu_{0om1(2)} \left[(x - L_{on1(2)}) / (L_{nl} - L_{on1(2)}) \right]^{a_{\mu_{om1(2)}}} \text{ при } L_{on1(2)} \leq x \leq L_{nl}; \quad (3)$$

$$\mu_{x1(2)} = -\mu_{0on1(2)} \left[(L_{on1(2)} - x) / L_{on1(2)} \right]^{a_{\mu_{on1(2)}}} \text{ при } 0,0 \leq x < L_{on1(2)}, \quad (4)$$

где за положительные приняты значения касательных контактных напряжений τ_{x1}, τ_{x2} , являющихся сонаправленными с вектором скорости перемещения прокатываемого металла, что, в частности отражено знаком (+) в выражениях (3) для зоны отставания и знаком (-) в выражениях (4) для зоны опережения интегрального очага деформации (см. рис. 1, а); $\mu_{0om1}, \mu_{0om2}, \mu_{0on1}, \mu_{0on2}$ – опорные для зон отставания и зон опережения на нижнем и верхнем рабочих валках значения коэффициентов внешнего пластического трения, соответствующим количественно значениям данного коэффициента μ_x в начальном ($x/L_{nl} = 1,0$) и конечном ($x/L_{nl} = 0,0$) граничных сечениях зоны пластического формоизменения металла (см. рис. 1, а) и определяемые шероховатостями, температурами и состояниями контактирующих поверхностей, скоростью прокатки, а также целым рядом других технологических факторов [3]; L_{on1}, L_{on2} – протяженности зон опережения на нижнем, принятым с учетом возможной кинематической асимметрии, условно ведущим, то есть, имеющим большую окружную скорость V_{e1} и верхнем, ведомом, имеющим меньшую окружную скорость V_{e2} рабочих валках; $a_{\mu_{ot1}}, a_{\mu_{ot2}}, a_{\mu_{on1}}, a_{\mu_{on2}}$ – степенные показатели, характеризующие форму эпюры расчетных распределений коэффициентов трения μ_{x1}, μ_{x2} по длине зоны пластического формоизменения металла. С учетом уточненного варианта условия пластичности $\sigma_{xi2} = p_{xi2} - K_{xi2} \sqrt{4 - (|\mu_{x1i2}| + |\mu_{x2i2}|)^2}$, уравнение (1) примет вид:

$$p_{xi2} - K_{xi2} \sqrt{4 - (|\mu_{x1i2}| + |\mu_{x2i2}|)^2} - \sigma_{xi1} h_{xi1} - 0,5 \times (2K_{xi1} \mu_{x1i1} + 2K_{xi2} \mu_{x1i2}) \times \Delta x - \\ - 0,5 \times (2K_{xi1} \mu_{x2i1} + 2K_{xi2} \mu_{x2i2}) \times \Delta x + 0,5 \times (h_{xi1} - h_{xi2}) + 0,5 \times (h_{xi1} + h_{xi2}) \Delta x a_{xi} \rho_m. \quad (5)$$

Исходя из известных согласно рекуррентной схеме решения значений напряжений $\sigma_{xi1}, h_{xi1}, p_{xi2}$ вытекающих из результатов расчета предыдущего ($i-1$) элементарного объема, уравнение (5) содержит только одну неизвестную величину нормальных контактных напряжений p_{xi2} , по отношению к которой произведем расчет:

$$p_{xi2} = \left[2K_{xi2} \sqrt{4 - (\mu_{x1i2} + \mu_{x2i2})^2} - (\mu_{x1i2} + \mu_{x2i2}) \Delta x \right] + 2\sigma_{xi1} h_{xi1} + 2K_{xi1} (\mu_{x1i2} + \mu_{x2i2}) \Delta x - \\ - p_{xi1} (h_{xi1} - h_{xi2}) - (h_{xi1} + h_{xi2}) \Delta x a_{xi} \rho_m \Big/ (2 + h_{xi1} - h_{xi2}). \quad (6)$$

В качестве направления рекуррентного решения использовали направление перемещения прокатываемой ленты, с учетом чего его начальные условия, используемые при расчете первого ($i=1$) элементарного объема (см. рис. 1, а), соответствовали следующему виду:

$$x_{i1} \Big|_{i=1} = L_{пл}; \quad h_{xi1} \Big|_{i=1} = h_0; \quad f_{x1i1} \Big|_{i=1} = f_{01}; \quad f_{x2i1} \Big|_{i=1} = f_{02}; \\ \sigma_{xi1} \Big|_{i=1} = -\sigma_0; \quad p_{xi1} \Big|_{i=1} = 0,0, \quad (7)$$

где σ_0 – напряжения заднего натяжения прокатываемого металла.

В соответствии с рекомендациями работы [6] были приняты и условия связи, используемые при переходе от расчета i -го к расчету $(i+1)$ элементарного объема:

$$\begin{aligned} x_{(i+1)1} &= x_{i2}; \quad x_{(i+1)2} = x_{(i+1)1} - \Delta x_i; \quad h_{x(i+1)1} = h_{xi2}; \\ f_{x(i+1)1} &= f_{i2}; \quad f_{x2(i+1)1} = f_{x2i2}; \quad \sigma_{x(i+1)1} = \sigma_{xi2}; \quad p_{x(i+1)1} = p_{xi2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Далее, разбив зону упругого восстановления на множество j -ых элементарных объемов (см. рис. 1, а, б) с помощью обобщенного закона Гука найдем все геометрические и деформационные параметры, действующие на каждый выделенный j -ый элементарный объем. В результате, согласно заданным граничным условиям интегрального очага деформации (см. рис. 1, а) расчетное значение нормальных осевых напряжений для последнего элементарного объема зоны упругого восстановления $\sigma_{xj2}|_{j=n2}$, должно соответствовать напряжениям переднего натяжения σ_1 , то есть, с учетом используемого правила знаков:

$$\sigma_{xj2}|_{j=n2} = -\sigma_1. \quad (9)$$

Выполнение условия (11) обеспечивали за счет метода дихотомии, то есть метода половинного деления [6]:

$$\begin{aligned} S_{L(t+1)} &= (S_{Lmin(t+1)} + S_{Lmax(t+1)})/2; \\ S_{Lmax(t+1)} &= S_{Lt}; \quad S_{Lmin(t+1)} = S_{Lmint} \quad \text{при } \sigma_1 < -\sigma_{xj2}|_{j=n2}; \\ S_{Lmin(t+1)} &= S_{Lt}; \quad S_{Lmax(t+1)} = S_{Lmint} \quad \text{при } \sigma_1 > -\sigma_{xj2}|_{j=n2}, \end{aligned} \quad (10)$$

где t – порядковый номер очередного цикла итерационной процедуры решения; $S_{Lmin(t+1)}, S_{Lmax(t+1)}$ – потенциально минимально и максимально возможные значения протяженности зоны опережения L_{on} в данном $(t+1)$ цикле итерационной процедуры решения.

На основании зависимости (10) могут быть определены численные значения зон опережения и отставания на 1-ом и 2-ом валке. Длина зоны опережения на 1-ом валке:

$$L_{оп1} = L_{пл} \cdot S_{Lt}. \quad (11)$$

Толщину в нейтральном сечении по отношению к первому валку h_{H1} найдем с помощью зависимости (11):

$$h_{H1} = S_1 + (h_0 - S_1)(L_{он1} / L_{пл})^2. \quad (12)$$

Численное значение толщины проката по отношению ко второму валку h_{H2} найдем следующим образом:

$$h_{H2} = h_{H1} \cdot K_V, \quad (13)$$

где $K_V = V_{B1} / V_{B2}$ – показатель степени кинематической асимметрии процесса прокатки.

С использованием зависимости (13) длина зоны опережения на втором валке $L_{он2}$ определяется следующим образом:

$$L_{он2} = \sqrt{(h_{H2} - S_1) / (h_0 - S_1)} \cdot L_{пл}. \quad (14)$$

Определение интегральных характеристик процесса прокатки, таких как сила и момент, осуществляли с помощью численного интегрирования расчетных распределений нормальных p_x и касательных τ_x контактных напряжений, а также с помощью плеч приложения указанных выше напряжений.

В качестве примера результатов численной реализации рассмотренной выше математической модели, разработанной на основе силового подхода (см. рис. 2, а) представлены расчетные распределения удвоенного сопротивления сдвигу $2K_x$, нормальных контактных p_x , нормальных осевых σ_x напряжений, а также касательных контактных τ_x напряжений (см. рис. 2, б).

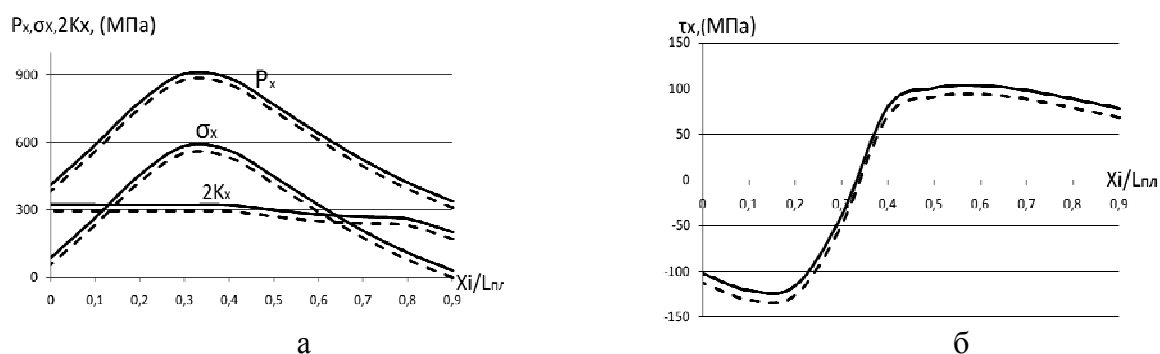


Рис. 2. Графики распределения локальных характеристик удвоенного сопротивления сдвигу, нормальных контактных и нормальных осевых напряжений (а); касательных контактных напряжений (б); (—) с использованием инженерного условия пластичности и закона контактного трения Амонтона-Кулона; (----) с использованием уточненного варианта пластичности и условия контактного трения по Зибелю ($h_0 = 6$ мм, $S_l = 4$ мм, $R = 350$ мм, $V = 5$ м/с, $f = 0,4$, $t = 800$ °С, Сталь 3кп)

ВЫВОДЫ

На основе численного рекуррентного решения конечно-разностных форм условия равновесия каждого элементарного объема, имеющих место в рамках выделенных элементарных объемов зоны пластического формоизменения при одновременном использовании более строгих форм записи условия внешнего трения и условия пластичности, получила развитие математическая модель напряженно-деформированного состояния металла при горячей прокатке относительно тонких лент и полос. При этом степень уточнения получаемых результатов составила 10...20 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мазур В. Л. Рациональный метод расчета на ЭВМ параметров тонколистовой прокатки / В. Л. Мазур, А. В. Ноговицын // Известия ВУЗов. Черная металлургия. – 1977. – № 2. – С. 54–59.
2. Целиков А. И. Теория продольной прокатки / А. И. Целиков, Г. С. Никитин, С. Е. Рокотян. – М. : Металлургия, 1980. – 320 с.
3. Сатонин А. В. Математическое моделирование геометрических и кинематических параметров очага деформации процесса прокатки относительно тонких листов и полос / А. В. Сатонин // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. – Краматорськ : ДДМА, 2000. – С. 298–302.
4. Сатонин А. В. Численное конечно-разностное моделирование напряженно-деформированного состояния металла при реализации различных технологических схем обработки давлением // А. В. Сатонин // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. – Краматорськ : ДДМА, 2001. – С. 559–564.
5. Грудев А. П. Внешнее трение при прокатке / А. П. Грудев. – М. : Металлургия, 1973. – 285 с.
6. Сатонин А. В. Численная одномерная математическая модель процесса прокатки относительно тонких композиционных листов и полос, основанная на энергетическом подходе и совершенствование технологий и оборудования обработки давлением в металлургии и машиностроении / А. В. Сатонин. – Краматорск : ДГМА, 1998. – № 4. – С. 36–41.

Сатонин А. В. – д-р техн. наук, проф. кафедры АММ ДГМА;

Настоящая С. С. – аспирант ДГМА.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua